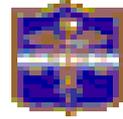




UBA



CIEEM 2024 -/2025

Matemática - Clase n° 2- 13 de abril de 2024

Desigualdades. Traducción de enunciados. Representación de los números naturales en la recta numérica.

Desigualdades

Para leer la expresión $110 > 25$, podemos hacerlo:

- de izquierda a derecha así: 110 es mayor que 25.
- de derecha a izquierda como: 25 es menor que 110.

Si leemos la expresión $0 < 18$, podemos hacerlo:

- de izquierda a derecha así: 0 es menor que 18.
- de derecha a izquierda como: 18 es mayor que 0.

Para expresar las relaciones de orden entre números naturales también podemos usar estos símbolos:

- \leq significa menor o igual que;
- \geq significa mayor o igual que.

En una caja Bruno tiene menos de 30 revistas. Reparte entre sus amigos 24 revistas.

◆ ¿Cuántas revistas le pueden sobrar?

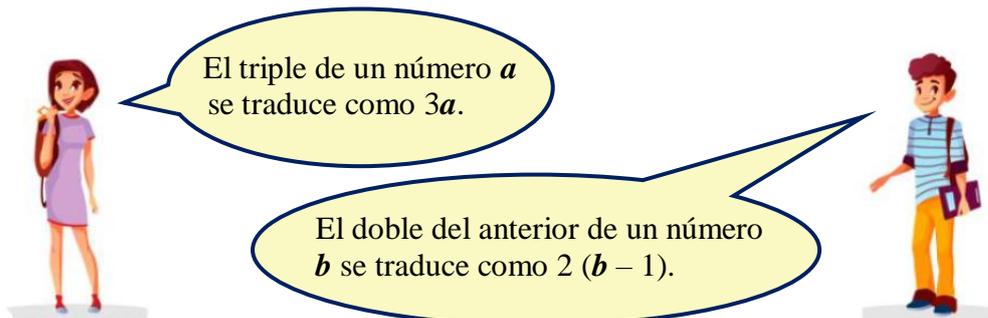
Si tiene menos de 30 y reparte 24, la cantidad de revistas que le pueden sobrar son 1, 2, 3, 4 o 5 según cuál sea la cantidad que haya en la caja. Para escribir ese conjunto de números posibles, podemos usar la letra n para expresar la cantidad de revistas que le pueden sobrar a Bruno. Luego, para expresar esto podemos escribir cualquiera de las siguientes dos expresiones:

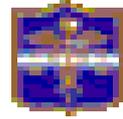
- $n < 6$ y leemos: n es menor que 6;
- $n \leq 5$ y leemos: n es menor o igual que 5.

Traducción de enunciados

Muchas veces necesitamos traducir al lenguaje simbólico ciertas expresiones coloquiales.

◆ En la traducción de un enunciado que vale para cualquier número, o para un número que no conocemos, reemplazamos los números por letras, por ejemplo:





- El siguiente de n :
 $n + 1$.

Cuando en una multiplicación un número antecede o precede a una letra o a un paréntesis, el signo "." puede no escribirse, por ejemplo:

$$2 \cdot n = 2n \quad ; \quad 2 \cdot (n) = 2n$$

$$3 \cdot (n+1) = 3(n+1)$$

- El doble del siguiente de n :
 $2(n + 1)$.
 - El triple de c disminuido en 4:
 $3c - 4$.
- ◆ La traducción al lenguaje coloquial de la expresión simbólica $2n + 1$ es esta:
el siguiente del doble de n .

Traducción de enunciados con desigualdades

Seguimos trabajando con las letras en la traducción de enunciados y con desigualdades.

- ◆ La cantidad de figuritas f que tiene Germán es **a lo sumo** 8.

Traducido simbólicamente: $f \leq 8$.

Germán tiene como máximo 8 figuritas, o sea que Germán puede tener: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, u 8 figuritas.

- ◆ La cantidad de libros l que tiene en su biblioteca Marina es **por lo menos** 20.

Traducido simbólicamente: $l \geq 20$.

Marina tiene como mínimo 20 libros en su biblioteca, o sea que tiene 20 libros o más.

Marina puede tener: 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 o más libros.

- ◆ El triple de n **supera a** 21.

Traducido simbólicamente: $3n > 21$.

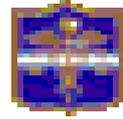
Si $n = 8$, entonces: $3 \cdot 8 = 24$ y 24 es mayor que 21, es decir, $24 > 21$.

Si $n = 9$, entonces: $3 \cdot 9 = 27$ y 27 es mayor que 21, o sea, $27 > 21$.

Si $n = 10$, entonces: $3 \cdot 10 = 30$ y 30 es mayor que 21, es decir, $30 > 21$.

Si $n = 11$, entonces: $3 \cdot 11 = 33$ y 33 es mayor que 21, o sea, $33 > 21$.

Considerando que n es un número natural, los valores posibles de n son los números naturales mayores que siete, con lo cual n puede ser igual a 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, etcétera.



Si n es menor o igual que 7, por ejemplo, si $n = 6$, entonces $3 \cdot 6 = 18$ y 18 no es mayor que 21.

- ◆ El siguiente de m es **inferior a 9**.

Traducido simbólicamente: $m + 1 < 9$.

Si $m = 7$, entonces: $7 + 1 = 8$ y 8 es menor que 9, es decir, $8 < 9$.

Si $m = 6$, entonces: $6 + 1 = 7$ y 7 es menor que 9, o sea, $7 < 9$.

Si $m = 5$, entonces: $5 + 1 = 6$ y 6 es menor que 9, es decir, $6 < 9$.

Si $m = 4$, entonces: $4 + 1 = 5$ y 5 es menor que 9, o sea, $5 < 9$.

Considerando que m es cero o un número natural, los valores posibles de m son cero o los números naturales menores que ocho, con lo cual m puede ser igual a 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 o 0.

Si m es mayor o igual que 8, por ejemplo, si $m = 13$, entonces $m + 1 = 14$ y 14 no es menor que 9.

- ◆ La edad e de la abuela de Nina es **mayor que 68 años y a lo sumo 72**.

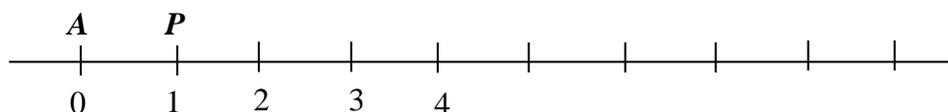
Traducido simbólicamente: $68 < e \leq 72$.

$$68 < \textcircled{e} \leq 72$$
$$e > 68 \text{ y } e \leq 72$$

La abuela de Nina puede tener 69, 70, 71 o 72 años.

Representación de los números naturales

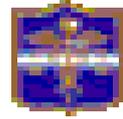
Para representar los números naturales utilizamos una recta. Marcamos un punto A que representa el 0; a la derecha de A , con el punto P representamos el primer número natural, que es el 1. Luego, marcamos sucesivamente, siempre a la derecha de A segmentos de igual longitud que \overline{AP} , que corresponden a los números 2, 3, 4, 5, 6, etcétera.



El segmento AP es la unidad de medida.

Para marcar en la recta los números que queremos representar, vamos a utilizar una X (cruz) y escribir debajo de ella los números correspondientes.

- ◆ Veamos como representamos en la recta numérica algunos números.



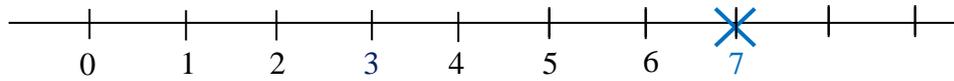
Matemática - Clase n° 2- 13 de abril de 2024

- El siguiente de seis.

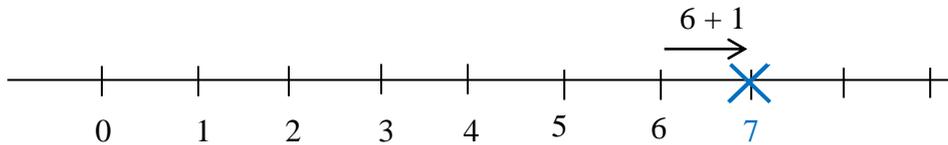
Como el siguiente de seis es siete, entonces representamos el 7 en la recta numérica.



Contamos siete unidades a partir del cero y marcamos el 7.

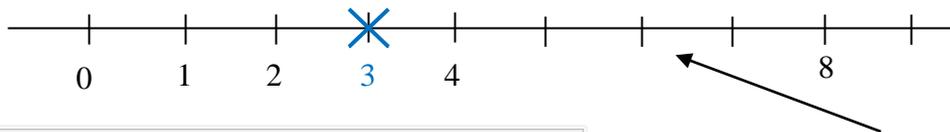


O contamos seis unidades a partir del cero y luego marcamos su siguiente, o sea, 7.



- El anterior de la mitad de ocho.

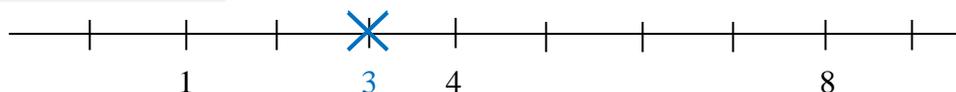
Como la mitad de ocho es cuatro, entonces su anterior es tres.

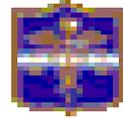


En la recta numérica no siempre es necesario representar números consecutivos.

Tampoco es necesario comenzar con el cero.

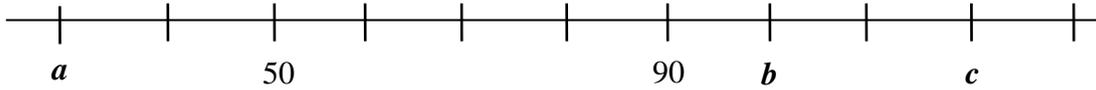
En este caso no representamos los números 5, 6 y 7.





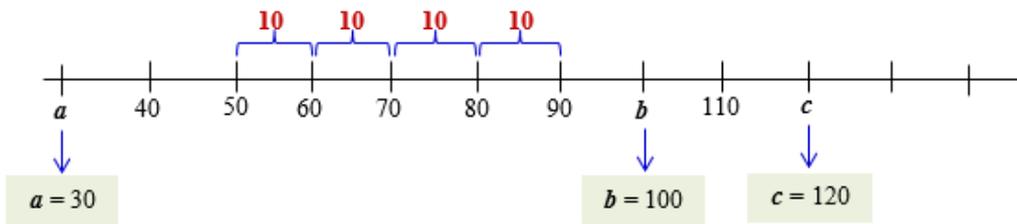
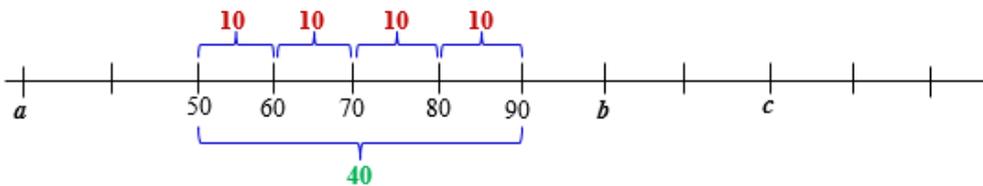
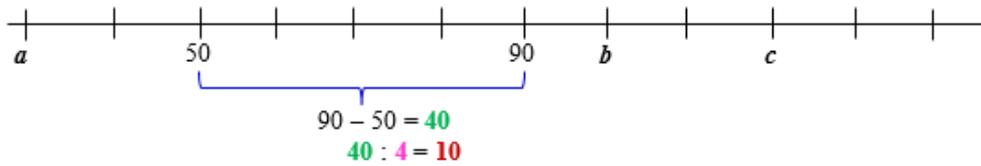
Matemática - Clase n° 2- 13 de abril de 2024

- ◆ En la siguiente recta numérica, cada letra representa un número natural.
¿Cuáles son cada uno de esos números?



Para poder hallar el número que representa cada letra, primero tenemos que determinar cuántas unidades representa el segmento unidad de medida. En la recta numérica, la medida del segmento que tiene por extremos los puntos que representan el 50 y el 90, corresponde a la distancia entre el 50 y el 90, la cual es: $90 - 50$, o sea, **40**. Como, en la recta numérica, entre las ubicaciones del 50 y el 90 hay **cuatro** segmentos unidad de medida, para hallar a cuántas unidades corresponde cada uno de ellos realizamos este cálculo: $40 : 4$, o sea, **10**. Por lo tanto, el segmento unidad de medida representa **10** unidades. Luego:

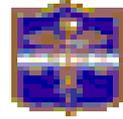
- $a = 50 - 2 \cdot 10 = 50 - 20 = 30$;
- $b = 90 + 10 = 100$;
- $c = 100 + 2 \cdot 10 = 100 + 20 = 120$.



Todos los problemas de tarea son los que figuran a continuación.

1. a) Sin resolver los cálculos, completá en cada línea de puntos con $<$, $>$ o $=$.

- i. $(95 + 17) \cdot 24 \dots\dots\dots 24 \cdot (95 - 17)$
- ii. $31 \cdot 48 - 31 \cdot 29 \dots\dots\dots 31 \cdot (48 - 29)$
- iii. $58\,367 + 56 \cdot 11 \dots\dots\dots 58\,367 + 71 \cdot 19$
- iv. $470 \cdot 63 \cdot 100 \dots\dots\dots 47 \cdot 6300 \cdot 10$



Matemática - Clase n° 2- 13 de abril de 2024

v. $85^7 \cdot 85 \dots\dots\dots 85^4 \cdot 85^2$

vi. $23^9 : 23 \dots\dots\dots 23^5$

- b) Escribí todos los números naturales n que cumplan lo que se indica en cada caso.
- i. $(4 + 3)^2 < n < 9 \cdot (8 - 2)$ ii. $64 \leq 2n < \sqrt{100} \cdot 7$

2. Traducí al lenguaje simbólico las siguientes expresiones coloquiales:

- a) El doble de siete incrementado en nueve.
- b) La diferencia entre el triple de diez y la mitad de cincuenta.
- c) La tercera parte del cuadrado de seis disminuido en cuatro.
- d) La suma entre el siguiente de b y la cuarta parte de doce.
- e) El doble de m aumentado en el anterior a once.
- f) El doble de: m aumentado en el anterior a once.

3. Completá la tabla con la expresión simbólica correspondiente a las expresiones coloquiales.

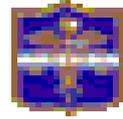
Expresión coloquial	Expresión simbólica
El anterior a m .	
El triple del anterior a m .	
El siguiente del triple de m .	
El anterior a m aumentado en 5.	
El triple de: m disminuido en 2.	

4. Completá la tabla con la expresión coloquial correspondiente a las siguientes expresiones simbólicas.

Expresión coloquial	Expresión simbólica
	$3m - 2$
	$2m + 5$
	$(m + 1)^2$

5. Considerá que p y q representan números naturales y uní con una flecha cada expresión coloquial con su correspondiente traducción simbólica.

- El doble de p es menor que el siguiente de q . $2p > q + 1$
- El doble de p es mayor que el anterior de q . $2p \geq q - 1$
- El doble de p es por lo menos el siguiente de q . $2p \geq q + 1$
- El doble de p supera al anterior de q . $2p < q + 1$
- El doble de p es a lo sumo el siguiente de q . $2p > q - 1$
- El doble de p no supera al anterior de q . $2p \leq q - 1$
- $2p < q - 1$
- $2p \leq q + 1$

**Matemática - Clase n° 2- 13 de abril de 2024**

6. En *Tik Tok*, Alejandra tiene 120 000 *followers* y Nicolás, 180 000. La cantidad de *followers* en *Tik Tok* que tiene Marcela es mayor que la tercera parte de la que tiene Nicolás, pero no supera a la cantidad de *followers* que tiene Alejandra.

a) Si llamamos m a la cantidad de *followers* que tiene Marcela, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones indican los posibles valores de m ?

Marcá con una X en el correspondiente la o las respuestas.

$60\,001 < m < 120\,000$

$m \geq 60\,001$ y $m < 120\,001$

$60\,000 < m \leq 120\,000$

$60\,001 \leq m < 120\,001$

b) La cantidad de *followers* que Alejandra, Nicolás y Marcela tienen entre los tres en *Tik Tok* es mayor o igual que 419 500. ¿Es posible que la cantidad de *followers* de Marcela en *Tik Tok* sea por lo menos 119 500 y a lo sumo 120 000? ¿Por qué?

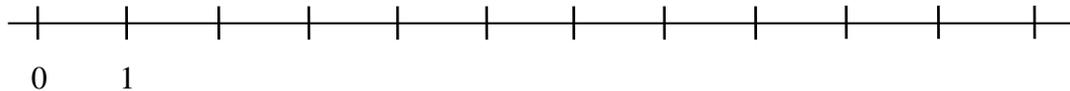
7. Representá en la recta numérica cada uno de los números naturales definidos por las frases siguientes. Marcalos con una X en la recta numérica y escribí los números correspondientes debajo de cada marca.

a) El anterior a 8.

b) El doble del siguiente de 4.

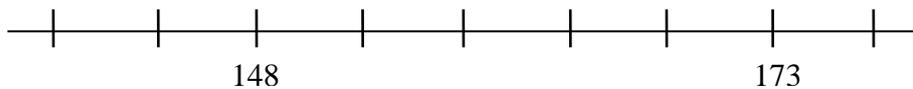
c) El número comprendido entre la tercera parte de 6 y la mitad de 8.

d) Los números mayores que 4 y menores o iguales que 6.



8. En cada caso, representá en la recta numérica lo que se indica. Marcalo con una X en la recta y escribilo debajo de cada marca.

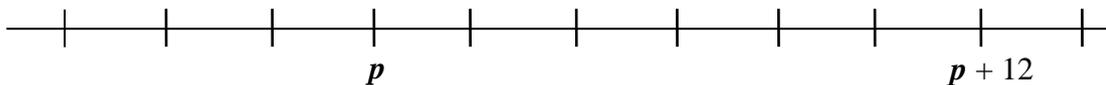
a) 163



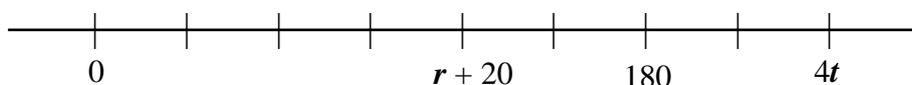
b) i. $p + 8$

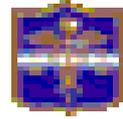
ii. $p - 4$

iii. El anterior a p .



9. ¿Qué números naturales representan las letras r y t ?

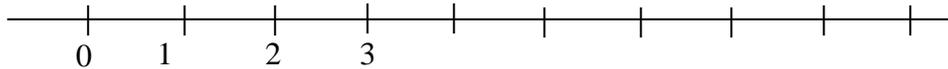


**Matemática - Clase n° 2- 13 de abril de 2024**

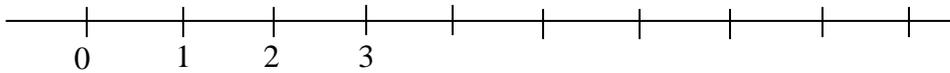
10. Representá en la recta numérica todos los números naturales n , que cumplan con las condiciones indicadas en cada caso.

Marcalos con una X y escribí los números correspondientes.

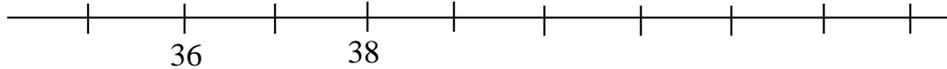
a) $1 < n \leq 7$



b) $2 \leq 2n \leq 12$



c) $40 < n + 3 \leq 45$

**Respuestas de los problemas**

1. a) i. $(95 + 17) \cdot 24 \dots > \dots 24 \cdot (95 - 17)$

ii. $31 \cdot 48 - 31 \cdot 29 \dots = \dots 31 \cdot (48 - 29)$

iii. $58367 + 56 \cdot 11 \dots < \dots 58367 + 71 \cdot 19$

iv. $470 \cdot 63 \cdot 100 \dots = \dots 47 \cdot 6300 \cdot 10$

v. $85^7 \cdot 85 \dots > \dots 85^4 \cdot 85^2$

vi. $23^9 : 23 \dots > \dots 23^5$

b) i. 50, 51, 52 y 53 ii. 32, 33 y 34

2. a) $2 \cdot 7 + 9$

b) $3 \cdot 10 - 50 : 2$

c) $6^2 : 3 - 4$

d) $b + 1 + 12 : 4$

e) $2 \cdot m + 11 - 1$

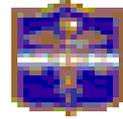
f) $2 \cdot (m + 11 - 1)$

3.

Expresión coloquial	Expresión simbólica
El anterior a m .	$m - 1$
El triple del anterior a m .	$3(m - 1)$
El siguiente del triple de m .	$3m + 1$
El anterior a m aumentado en 5.	$m - 1 + 5$
El triple de: m disminuido en 2.	$3(m - 2)$

4.

Expresión coloquial	Expresión simbólica
El triple de m disminuido en 2.	$3m - 2$
El doble de m aumentado en 5.	$2m + 5$
El cuadrado del siguiente de m .	$(m + 1)^2$



5.

- El doble de p es menor que el siguiente de q . $2p > q + 1$
- El doble de p es mayor que el anterior de q . $2p \geq q - 1$
- El doble de p es por lo menos el siguiente de q . $2p \geq q + 1$
- El doble de p supera al anterior de q . $2p < q + 1$
- El doble de p es a lo sumo el siguiente de q . $2p > q - 1$
- El doble de p no supera al anterior de q . $2p \leq q - 1$
- $2p < q - 1$
- $2p \leq q + 1$

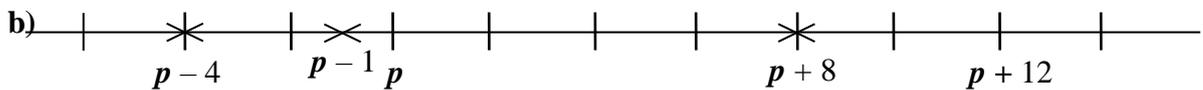
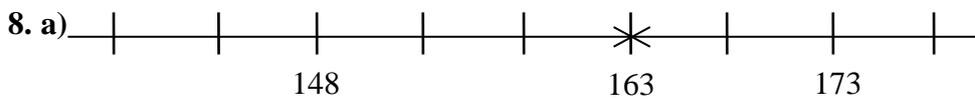
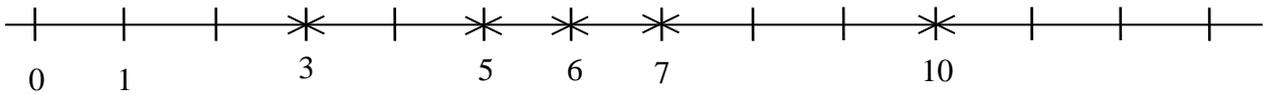
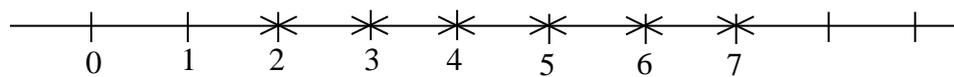
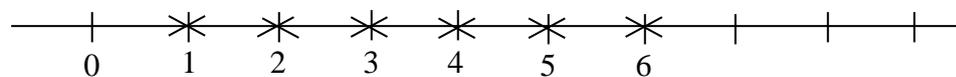
6. a) $60001 < m < 120000$ $m \geq 60001$ y $m < 120001$
- $60000 < m \leq 120000$ $60001 \leq m < 120001$

b) Sí, es posible.

Como la cantidad de *followers* que Alejandra, Nicolás y Marcela tienen entre los tres en *Tik Tok* es mayor o igual que 419 500, entonces:

$120\ 000 + 180\ 000 + m \geq 419\ 500$, con lo cual $m \geq 419\ 500 - (120\ 000 + 180\ 000)$, es decir que $m \geq 119\ 500$. Además, de acuerdo con las respuestas del ítem a) se cumple que $m \leq 120\ 000$. Por lo tanto, $119\ 500 \leq m \leq 120\ 000$.

7. a) 7. b) 10. c) 3. d) 5 y 6.

9. $r = 100$ y $t = 60$.10. a) $1 < n \leq 7$ b) $2 \leq 2n \leq 12$ c) $40 < n + 3 \leq 45$ 