

CIEEM 2024/2025

**Matemática****Clase n° 3 - 20 de abril de 2024*****División entera. Múltiplos y divisores. Criterios de divisibilidad.***

Julián compró 425 rosas para realizar arreglos florales de 18 rosas cada uno.

- ◆ ¿Cuál es la mayor cantidad de arreglos florales que podrá hacer Julián? ¿Cuántas rosas le sobrarán luego de realizar esos arreglos florales?

Al realizar la división entera entre 425 y 18, se obtiene 23 como cociente y 11 como resto:

$$\begin{array}{r} 425 \quad | \quad 18 \\ 11 \swarrow \quad 23 \end{array}$$

Eso significa que:  $425 = 18 \cdot 23 + 11$ .

Por lo tanto, Julián podrá realizar 23 arreglos florales como máximo y le sobrarán 11 rosas.

Efectuar la división entera de un número  $a$  natural o cero por otro número natural  $b$ , es encontrar los dos únicos números  $c$  y  $r$  naturales o cero que cumplen:

$$a = b \cdot c + r \quad \text{y} \quad 0 \leq r < b$$

$$\begin{array}{ccc} \text{Dividendo} & \longrightarrow & a \\ \text{Resto} & \longrightarrow & r \end{array} \quad \begin{array}{c} b \\ \hline c \end{array} \quad \begin{array}{l} \longleftarrow \text{Divisor} \\ \longleftarrow \text{Cociente} \end{array}$$

- ◆ Julián decide no utilizar 29 de las 425 rosas debido a que estaban en mal estado. ¿Cuántos arreglos florales realizó finalmente Julián? ¿Cuántas rosas le sobraron luego de hacer esos arreglos florales?

Restamos a 425 rosas las 29 que están en mal estado:  $425 - 29 = 396$ .

Al realizar la división entera entre 396 y 18, se obtiene 22 como cociente y 0 como resto:

$$\begin{array}{r} 396 \quad | \quad 18 \\ 0 \swarrow \quad 22 \end{array}$$

Por lo tanto, Julián puede realizar 22 arreglos florales y no le sobra ninguna rosa.

Como  $396 = 18 \cdot 22 + 0$ , es decir que  $396 = 18 \cdot 22$ , entonces 396 es divisible por 18.

Si al hacer la división entera de un número  $a$  natural o cero por otro número natural  $b$ , el resto es 0, o sea,

$$a = b \cdot c,$$

se dice que  $a$  es divisible por  $b$ .

o también que  $b$  es un divisor de  $a$ ,

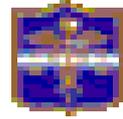
$b$  divide a  $a$ ,

$b$  es un factor de  $a$ ,

$a$  es múltiplo de  $b$ .



UBA



CIEEM 2024/2025

**Matemática**

**Clase n° 3 - 20 de abril de 2024**

El 1 es divisor de todos los números naturales y del cero y múltiplo solo del 1.

El 0 es múltiplo de todos los números naturales y del cero y divisor de ninguno de ellos.

- ◆ Julián también quiere realizar ramos utilizando 30 margaritas. ¿Cuántos ramos con igual cantidad de margaritas en cada uno puede armar si quiere utilizar todas las margaritas?

Como a Julián no le debe sobrar ninguna margarita, la cantidad de ramos debe ser un divisor de 30. Una forma de encontrar todos los divisores de un número natural es buscándolos en forma ordenada, de menor a mayor, comenzando por el 1, ya que el 1 es divisor de cualquier número natural y del cero.

$$\begin{array}{r} 30 \quad \underline{1} \\ 0 \quad 30 \end{array}$$

Entonces:  $30 = 1 \cdot 30$ , luego, 1 y 30 son divisores de 30.

$$\begin{array}{r} 30 \quad \underline{2} \\ 0 \quad 15 \end{array}$$

Por lo tanto:  $30 = 2 \cdot 15$ , con lo cual 2 y 15 son divisores de 30.

$$\begin{array}{r} 30 \quad \underline{3} \\ 0 \quad 10 \end{array}$$

Entonces:  $30 = 3 \cdot 10$ , luego, 3 y 10 son divisores de 30.

$$\begin{array}{r} 30 \quad \underline{4} \\ 2 \quad 7 \end{array}$$

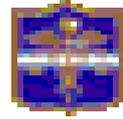
Por lo tanto: como el resto no es 0, 4 no es divisor de 30.

$$\begin{array}{r} 30 \quad \underline{5} \\ 0 \quad 6 \end{array}$$

Entonces:  $30 = 5 \cdot 6$ , luego, 5 y 6 son divisores de 30.

El próximo divisor es el 6 y ya lo hemos obtenido.

Por lo tanto, todos los divisores de 30 son 1, 30, 2, 15, 3, 10, 5 y 6.



CIEEM 2024/2025

**Matemática**

**Clase n° 3 - 20 de abril de 2024**

**Divisibilidad**

En una panadería, se cocinaron 458 tapitas de maicena para elaborar alfajores.

- ◆ ¿Es posible elaborar alfajores utilizando todas las tapitas cocinadas? ¿Por qué? Para averiguarlo, debemos analizar si 458 es divisible por 2.



Una manera de hacerlo es dividir 458 por 2 y observar si el resto es cero.

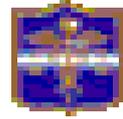


Otra forma más sencilla de averiguarlo es mirar si la última cifra de 458 es par. Como esa última cifra es 8 y 8 es par, entonces 458 es divisible por 2.

Por lo tanto, es posible elaborar alfajores utilizando todas las tapitas de maicena cocinadas. Lo que hemos hecho es usar uno de los criterios de divisibilidad. Estos criterios permiten saber si un número es divisible por otro sin hacer la división.

En la siguiente tabla, figuran algunos de los criterios de divisibilidad.

Un número natural es	Cuando	Por ejemplo:
divisible por 2	termina en 0, 2, 4, 6 u 8.	184 es divisible por 2, porque 184 termina en 4.
divisible por 3	la suma de sus cifras es múltiplo de 3.	1284 es divisible por 3, pues $1 + 2 + 8 + 4 = 15$ y 15 es múltiplo de 3.
divisible por 4	el número formado por sus dos últimas cifras es múltiplo de 4.	7548 es divisible por 4, porque 48 es múltiplo de 4. 5300 es divisible por 4, pues sus dos últimas cifras son 0 y 0 es múltiplo de 4.
divisible por 5	termina en 0 o 5.	12025 es divisible por 5, porque 12025 termina en 5.
divisible por 9	la suma de sus cifras es múltiplo de 9.	27018 es divisible por 9, pues $2 + 7 + 0 + 1 + 8 = 18$ y 18 es múltiplo de 9.
divisible por 10	termina en 0.	38570 es divisible por 10, porque 38570 termina en 0.



Todos los problemas de tarea son los que figuran a continuación.

1. a) Para su cumpleaños, Fernanda quiere comprar 26 latas de gaseosas. Las latas se pueden comprar en paquetes de 8 unidades o sueltas. Si compra la mayor cantidad de latas empaquetadas,

- i. ¿cuántos paquetes de latas de gaseosas compra Fernanda?
- ii. ¿cuántas latas de gaseosas sueltas compra?

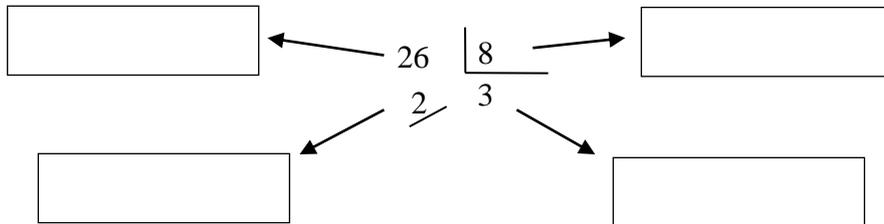
Para contestar las preguntas es necesario realizar la siguiente división:

$$\begin{array}{r} 26 \quad | \quad 8 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ 2 \quad \underline{\hspace{1cm}} \end{array}$$

Completá la línea de puntos para que cada frase sea la respuesta correspondiente a cada ítem.

- i. Fernanda compra ..... paquetes de 8 latas de gaseosas cada uno.
- ii. Compra ..... latas de gaseosas sueltas.

b) Considerá la cuenta del ítem anterior y completá los casilleros con estas palabras: cociente, dividendo, resto y divisor, según corresponda.



c) Completá la línea de puntos de la siguiente igualdad teniendo en cuenta los números de la división anterior:

$$26 = \dots\dots\dots + 2$$

2. a) Hallá todos los posibles valores de **h** y **r** en la siguiente división entera:

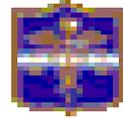
$$\begin{array}{r} h \quad | \quad 4 \\ r \quad \underline{\hspace{1cm}} \end{array}$$

b) ¿Es posible que en una división entera se cumpla lo que se propone en cada caso? Si se cumple, ¿la respuesta es única? Justificá.

- i. Que el dividendo sea 49, el cociente 9 y el resto 4.
- ii. Que 35 sea el dividendo, 8 el cociente y 5 el resto.
- iii. Que 8 sea el divisor y 5 el resto.



UBA



CIEEM 2024/2025

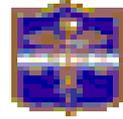
Matemática

Clase n° 3 - 20 de abril de 2024

3. En la sodería Burbujitas deben transportar 309 sifones de soda en cajones con capacidad para 6 sifones cada uno.
- ¿Cuántos cajones como mínimo se necesitan?
  - Si se duplica la cantidad de sifones, ¿se duplica también la cantidad de cajones? Justificá tu respuesta.
4. Hallá el resto de una división entera sabiendo que el dividendo es ocho veces ese resto, el divisor es 7 y el cociente es el anterior del divisor.
5. Considerá la cuenta  $136 = 17 \cdot 2 \cdot 4$ . Decidí si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F) y marcá con una X en el casillero correspondiente.

	V	F
136 es múltiplo de 4.		
17 es divisor de 136.		
136 es divisible por 8.		
2 es divisible por 136.		
136 es múltiplo de 34.		
136 es divisor de 17.		
0 es divisor de 136.		
136 es divisible por 1.		

6. ¿Cuál es el menor número que hay que sumarle a cada uno de los siguientes para obtener un múltiplo de 4?
- 21
  - 311
  - 734
  - 516
7. Bautista y Martina juntan figuritas.
- Si llamamos  $b$  a la cantidad de figuritas que tiene Bautista y  $m$  a la cantidad de figuritas que tiene Martina, hallá la cantidad de figuritas que tiene cada uno teniendo en cuenta los siguientes datos:  $b$  es el mayor divisor impar de 70 y  $m$  es el menor múltiplo de 9 mayor que 50.
  - Con el total de figuritas que tienen entre los dos, quieren armar paquetes de 7 figuritas cada uno. ¿Cuál es la mayor cantidad de paquetes que pueden armar?
8. a) ¿Cuál es el menor número natural divisible por 2, 3 y 11?  
b) ¿Cuál es el menor número natural divisible por 3, 4 y 6?



9. Sin hacer la cuenta  $15 \cdot 14 \cdot 37$ , decidí si el resultado es:

- a) un número impar.
- b) múltiplo de 3.
- c) múltiplo de 4.
- d) divisible por 10.
- e) divisible por 35.

10. Escribí todos los valores de  $h$  y  $q$  para que el número de cinco cifras distintas  $3h71q$  cumpla lo que se indica en cada caso:

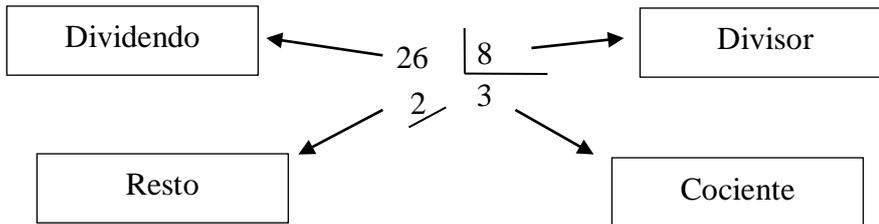
- a) es múltiplo de 10.
- b) es múltiplo de 3 y 5.

**Respuestas de los problemas**

1. a) i. Fernanda compra ...3... paquetes de 8 latas de gaseosas cada uno.

ii. Compra ...2... latas de gaseosas sueltas.

b)



c)  $26 = \dots 3 \dots \dots 8 \dots + 2$

2. a) Los valores de  $r$  pueden ser 0, 1, 2 o 3.

Si  $r = 0$ , entonces  $h = 28$ .

Si  $r = 1$ , entonces  $h = 29$ .

Si  $r = 2$ , entonces  $h = 30$ .

Si  $r = 3$ , entonces  $h = 31$ .

b) i. Es posible y la respuesta es única, porque el divisor es 5.

ii. No es posible, ya que al multiplicar cualquier número natural por 8 y a ese resultado sumarle 5 no se obtiene 35.

iii. Es posible y la respuesta no es única, por ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 61 \quad | \quad 8 \\
 \underline{5 \phantom{0}} \phantom{0} \\
 7
 \end{array}$$

3. a) Se necesitan 52 cajones como mínimo.

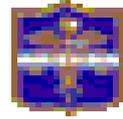
b) Si se duplica la cantidad de sifones, no se duplica la cantidad de cajones.

Al realizar la división entre 309 y 6 se obtiene 3 como resto:

$$\begin{array}{r}
 309 \quad | \quad 6 \\
 \underline{3 \phantom{0}} \phantom{0} \\
 51
 \end{array}$$



UBA



CIEEM 2024/2025

Matemática

Clase n° 3 - 20 de abril de 2024

Al realizar la división entre el doble de la cantidad de sifones, o sea el doble de 309, y 6 se obtiene:

$$\begin{array}{r} 618 \quad | \quad 6 \\ \underline{0} \quad 103 \end{array}$$

Al duplicar 309, es decir la cantidad de sifones, también se duplica el resto de la división entre 309 y 6, o sea 3.

Luego, el cociente de la división entre el doble de 309, o sea 618, y 6 es el doble del cociente de la división entre 309 y 6, es decir el doble de 51 aumentado en una unidad.

4. El resto es 6.

5.

	V	F
136 es múltiplo de 4.	X	
17 es divisor de 136.	X	
136 es divisible por 8.	X	
2 es divisible por 136.		X
136 es múltiplo de 34.	X	
136 es divisor de 17.		X
0 es divisor de 136.		X
136 es divisible por 1.	X	

6. a) 3    b) 1    c) 2    d) 0

7. a) Bautista tiene 35 figuritas y Martina, 54.

b) La mayor cantidad de paquetes que puede armar es 12.

8. a) 66    b) 12

9. a) No es un número impar, porque  $15 \cdot 14 \cdot 37 = 15 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 37$ .

b) Es múltiplo de 3, ya que  $15 \cdot 14 \cdot 37 = 3 \cdot 5 \cdot 14 \cdot 37$ .

c) No es múltiplo de 4, porque no se puede obtener el 4 como factor en  $15 \cdot 14 \cdot 37 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 37$ .

d) Es divisible por 10, ya que  $15 \cdot 14 \cdot 37 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 37 = 3 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 37$ .

e) Es divisible por 35, porque  $15 \cdot 14 \cdot 37 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 37 = 3 \cdot 35 \cdot 2 \cdot 37$ .

10. a) Todos los valores de  $h$  y  $q$  son los siguientes:

$h = 2$  y  $q = 0$ ,

$h = 4$  y  $q = 0$ ,

$h = 5$  y  $q = 0$ ,

$h = 6$  y  $q = 0$ ,

$h = 8$  y  $q = 0$ ,

$h = 9$  y  $q = 0$ .

b) Todos los valores de  $h$  y  $q$  son estos:

$h = 2$  y  $q = 5$ ,     $h = 8$  y  $q = 5$ .

Clase n°3 - 20/4/2024